



ĐẠI SỐ LỚP
11

Chương 2: TỔ HỢP – XÁC SUẤT

Bài 2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

I HOÁN VỊ

- 1 *Định nghĩa*
- 2 *số các hoán vị*
- 3 *Ví dụ áp dụng*

II CHỈNH HỢP

- 1 *Định nghĩa*
- 2 *Số các chỉnh hợp*
- 3 *Ví dụ áp dụng*

VÍ DỤ MỞ ĐẦU: Quan sát hình ảnh và trả lời câu hỏi ?

- 1) Ở tình huống này các cầu thủ hai đội đang làm gì ?
- 2) Theo luật đá luân lưu 11m thì sau 90 phút thi đấu chính thức và 30 phút hai hiệp phụ mà 2 đội hoà nhau cần giải quyết thắng thua thì mỗi đội chọn ra mấy cầu thủ để đá ?
- 3) Các cầu thủ được chọn để đá 11m có cần sắp xếp thứ tự không ?
- 4) Có bao nhiêu phương án để huấn luyện viên lựa chọn?



I HOÁN VỊ**1 Định nghĩa** **Định nghĩa**

Tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

I HOÁN VỊ

1 Định nghĩa



Ví dụ

Liệt kê tất cả các số gồm ba chữ số khác nhau từ các chữ số 1;2;3.



Bài giải

Các số gồm 3 chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3 là:

123, 132, 213, 231, 312, 321.

I

HOÁN VỊ

Chú ý

Hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp các phần tử đó.

2

Số các hoán vị



Ví dụ

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?



Bài giải

Theo quy tắc nhân có $5.4.3.2.1 = 120$ số.

I HOÁN VỊ

2 Số các hoán vị

Định lí

Ký hiệu P_n là các số hoán vị của n phần tử, ta có định lí:

$$P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots 2.1.$$



CM

Để lập được mọi hoán vị của n phần tử, ta tiến hành như sau
 Chọn một phần tử cho vị trí thứ nhất có n cách
 Sau khi chọn một phần tử cho vị trí thứ nhất, có $n - 1$ cách để một phần tử cho vị trí thứ 2

.....

Có 2 cách để chọn một phần tử cho vị trí thứ $n - 1$

Có 1 cách để chọn 1 phần tử cho vị trí thứ n

Vậy theo quy tắc nhân ta có $P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots 2.1$ kết quả sắp xếp thứ tự cho n phần tử đã cho $P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots 2.1$

I HOÁN VỊ

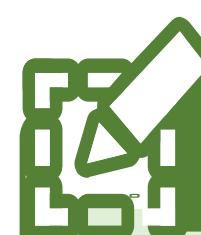
2 Số các hoán vị

Chú ý

Ký hiệu $n(n-1)\dots 2.1 = n! \Rightarrow \mathbf{P_n = n!}$ (n giai thừa)

Qui ước: $0! = 1$

3 Ví dụ



Ví dụ 1

Có 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách văn, 3 quyển sách tiếng anh và 6 quyển sách Toán. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 quyển sách thành một hàng ngang trên giá sách.



Bài giải

Xếp 10 quyển sách tham khảo thành một hàng ngang trên giá sách: $10!$.

3

Ví dụ

 Ví dụ 2

Một người có 4 pho tượng khác nhau và muốn bày 4 pho tượng vào dãy 4 vị trí trên một kệ trang trí. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?



Bài giải

Số cách bày 4 pho tượng khác nhau vào dãy 4 vị trí trên một kệ trang trí là : $4!$.



Ví dụ 2

Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi 6 cái ghế xếp thành hàng ngang sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.



Bài giải

- + Xếp 2 người đàn bà ngồi 2 bên đứa bé có : $2!$ cách
- + Xem 2 người đàn bà và đứa bé là 1 vị trí sắp xếp với 3 người đàn ông còn lại có : $4!$ cách
- + Số cách sắp xếp là $2! \cdot 4! = 48$

II CHỈNH HỢP

1 Định nghĩa

Ví dụ mở đầu

Một nhóm có 5 bạn A, B, C, D, E . Hãy nêu ra vài cách phân công ba bạn làm trực nhật: một bạn quét nhà, một bạn lau bảng, một bạn sắp bàn ghế?

Bài giải

BẢNG PHÂN CÔNG

Quét	Lau	Sắp
...	...	...

II CHỈNH HỢP

1 Định nghĩa

Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của tập A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một ***chỉnh hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

II CHỈNH HỢP

1 Định nghĩa



Ví dụ

Cho 3 số 1,2,3,4. Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau được lập từ 4 số đã cho? Liệt kê các số đó?



Bài giải

Các số gồm 3 chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3,4
là:123,132,124,142,134,143,213,231,214,241,234,243,
312, 321,314,341,324,342,412, 421,413,431,423,432.
Có 24 số có 3 chữ số khác nhau.

II CHỈNH HỢP

1 Định nghĩa

Chú ý

Hai chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho khác nhau ở chỗ:

- Hoặc có phần tử ở chỉnh hợp này không ở chỉnh hợp kia;***
- Hoặc thứ tự sắp xếp của các phần tử trong chúng khác nhau***

2 Số các chỉnh hợp

Ví dụ 1

Trên mặt phẳng, cho 4 điểm phân biệt A, B, C, D . Liệt kê tất cả các vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho. Suy ra số chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho

Bài giải

Cách 1: Liệt kê.

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$

Cách 2: Dùng quy tắc nhân

Có $4 \cdot 3 = 12$ cách

2 Số các Chỉnh hợp

Định lí

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$),

ta có $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1)$



Chứng minh

Để tạo mọi chỉnh hợp chập k của n phần tử, ta tiến hành như sau

Có n cách để chọn một phần tử xếp vào vị trí thứ nhất.

Có $n-1$ cách để chọn một phần tử xếp vào vị trí thứ hai.

...

Có $n - (k - 1)$ cách để chọn một phần tử xếp vào vị trí thứ k .

Từ đó theo quy tắc nhân, ta được $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1)$

*** Nhận xét:** $+ A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ $+ P_n = A_n^n$

3 Ví dụ



Ví dụ 1

Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn: Ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư.



Bài giải

Số cách chọn 3 học sinh làm lớp trưởng, lớp phó và bí thư là: $A_{35}^3 = 39270$.

3

Ví dụ



Ví dụ 2

Một bàn dài có 10 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh vào chiếc bàn dài đó.



Bài giải

Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là số chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là: $A_{10}^6 = 151200$.

3

Ví dụ

Ví dụ 1

Một cuộc khiêu vũ có 10 nam và 6 nữ. Người ta chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép cặp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.


Bài giải

Số cách chọn 3 bạn nam từ 10 bạn nam là: A_{10}^3 cách.

Số cách chọn 3 bạn nữ từ 6 bạn nữ là: A_6^3 cách.

Số cách chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp là:

$$A_{10}^3 \cdot A_6^3 = 86400 \text{ cách.}$$

LUYỆN TẬP



Bài tập 1

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, lập các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau. Hỏi

- Có tất cả bao nhiêu số?
- Có bao nhiêu số chẵn, bao nhiêu số lẻ?
- Có bao nhiêu số bé hơn 432000



Bài giải

c) Gọi $x = \overline{abcdef}$ và $x < 432000$.

TH1: $a \in \{1, 2, 3\}$ có: $3 \times 5! = 360$ số.

TH2: $a = 4; b \in \{1, 2\}$ có $1 \times 2 \times 4! = 48$ số.

TH3: $a = 4, b = 3, c = 1$ có $1 \times 1 \times 1 \times 3! = 6$ số.

Vậy có: $360 + 48 + 6 = 414$ số thỏa ycbt.

LUYỆN TẬP

Bài tập 2

Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 người khách vào 10 ghế kê thành một dãy ?

Bài giải

Mỗi cách sắp xếp là một hoán vị của 10 phần tử.

$\Rightarrow$ Có $10!$ cách.

LUYỆN TẬP



Bài tập 3

Giả sử có 7 bông hoa màu khác nhau và ba lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mỗi lọ cắm một bông)



Bài giải

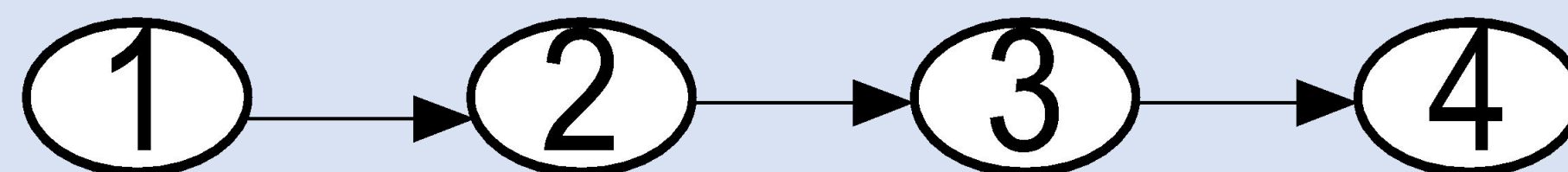
Mỗi cách cắm ba bông hoa vào ba lọ được coi là một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử vậy có $A_7^3 = 210$ cách.

LUYỆN TẬP

Bài tập 4

Có bao nhiêu cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau ?

Bài giải



Mỗi cách mắc 4 bóng đèn là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

$\Rightarrow$ Có $A_6^4 = 360$ (cách)

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 1

Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$.

B. $2n$.

C. n^2

D. n^n



Bài giải

Số hoán vị của tập có n phần tử bằng $n!$.

Chọn A

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 2

Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 6^6 .

B. $5!$.

C. $6!$.

D. 6

Bài giải

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc tương ứng với một hoán vị của 6 phần tử. Vậy có tất cả $6!$ cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.

Chọn C

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 3

Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí.
Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 48.

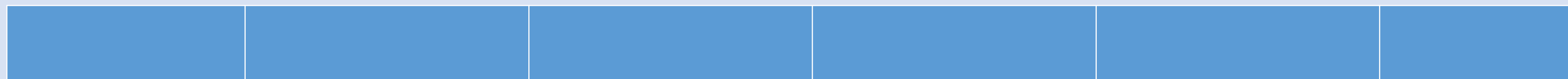
B. 72.

C. 24

D. 36



Bài giải



Giả sử ghế dài được đánh số như hình vẽ.

Có hai trường hợp: Một nữ ngồi ở vị trí số 1 hoặc một nam ngồi ở vị trí số 1. Ứng với mỗi trường hợp, xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau có $3! \cdot 3!$ cách xếp.

Vậy có $2 \cdot 3! \cdot 3! = 72$ cách.

Chọn B

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 4

Có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

A. 7680.

B. 78602.

C. 960

D. 690



Bài giải

Xếp 6 người chồng quanh bàn tròn có $5!$ cách.

Xếp các bà vợ vào ngồi cạnh chồng của mình, mỗi bà vợ có 2 vị trí ngồi nên có 2^6 cách.

Vậy số cách xếp là $5! \cdot 2^6 = 7680$ cách.

Chọn A



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 5

Số chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

A. 10.

B. 120.

C. 20.

D. 7



Bài giải

Ta có $A_5^2 = 20$.

Chọn C

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 6

Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?



A. 360.

B. 120.

C. 15.

D. 20.



Bài giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Chọn A



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 7

Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. 10^2 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. A_{10}^8 .



Bài giải

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Chọn B

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 8

Một dạ tiệc có 10 nam và 6 nữ giỏi khiêu vũ. Người ta chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 86500.

B. 86600.

C. 86300

D. 86400



Bài giải

Chọn 3 nam trong 10 nam. Vì 3 người này có thể đổi vị trí cho nhau nên số cách chọn là số chỉnh hợp chập 3 của 10, ta được $A_{10}^3 = 720$ cách.

Tương tự số cách chọn 3 nữ trong 6 nữ là: $A_6^3 = 120$ cách.

Vậy số cách chọn là: $720.120=86400$ cách chọn.

Chọn D



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 9

Có 6 học sinh và 3 thầy giáo. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh?

A. 43200.

B. 720.

C. 60

D. 4320



Bài giải

+ Đầu tiên xếp vị trí cho 6 học sinh có: $6!$ cách.

+ Do yêu cầu mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh nên ta chỉ tính 5 vách ngăn được tạo ra giữa 6 học sinh. Số cách xếp là: A_5^3 cách.

Vậy có: $6!. A_5^3 = 43200$ cách.

Chọn A



TÓM TẮT BÀI HỌC

I. Hoán vị

1. Định nghĩa

2. Số các hoán vị

P_n là các số hoán vị của n phần tử: $P_n = n(n - 1)(n - 2) \dots 2.1 = n!$.

II. Chỉnh hợp

1. Định nghĩa

2. Số các chỉnh hợp : A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần

tử ($1 \leq k \leq n$), ta có $A_n^k = n(n - 1) \dots (n - k + 1)$

*** Nhận xét:** $+ A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ $+ P_n = A_n^n$